

# Reti elettriche risolte con Kirchhoff

Un **ramo** è un tratto di circuito in cui passa una sola corrente

**Nodo** è un 'punto' del circuito in cui confluiscono tre o più rami

Una **maglia** è un insieme di rami consecutivi e non intrecciati che formano un circuito chiuso

## Primo principio di Kirchhoff

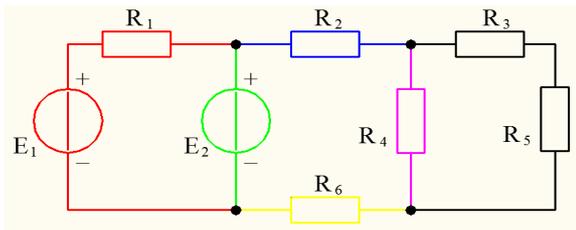
Il principio di Kirchhoff delle correnti afferma che, definita una superficie chiusa che attraversi un circuito elettrico in regime stazionario, la somma algebrica delle correnti che attraversano la superficie (con segno diverso se entranti o uscenti) è nulla oppure : la somma delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti.

( vale per un nodo o per una qualunque superficie chiusa all'interno di un circuito)

## Secondo principio di Kirchhoff

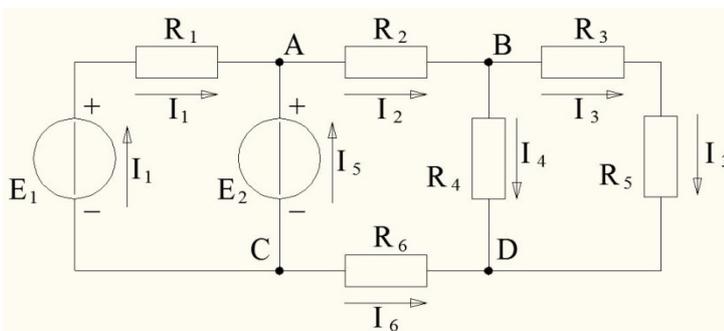
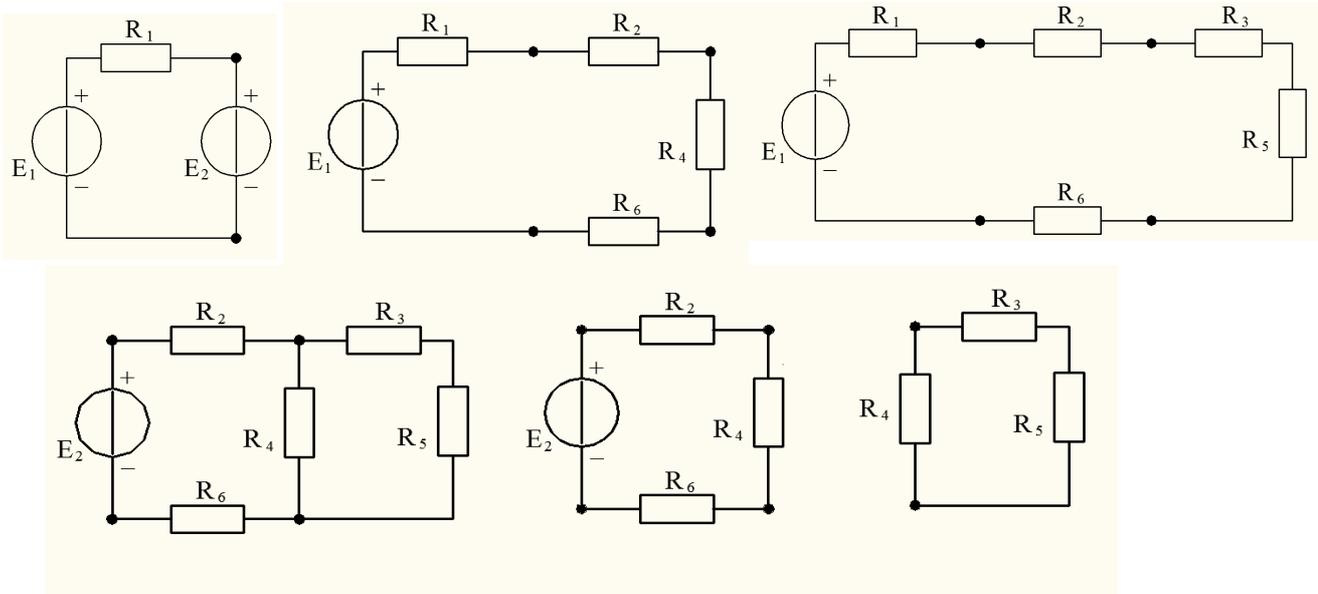
La somma algebrica delle tensioni lungo una maglia (con il segno appropriato in funzione del verso di percorrenza della maglia stessa) è pari a zero. Si può anche dire che lungo una maglia la somma delle f.e.m. è uguale alla somma delle cadute di tensione

Per capire meglio vediamo come i principi possono essere applicati



in questa rete esempio notiamo subito che ci sono :  
6 rami che sono stati colorati diversamente per evidenziarli  
quindi ci saranno 6 correnti perchè in un ramo c'è una sola corrente  
4 nodi

Diverse possibili maglie ... 6 in questo caso.



I 4 nodi sono indicati dalle lettere A,B,C,D

Disegniamo le correnti con un verso casuale, l'applicazione dei principi di Kirchhoff ci permetterà di calcolarle e se il risultato sarà positivo vuol dire che abbiamo indovinato il verso, se il risultato sarà negativo il verso andrà invertito.

Quindi dati i valori delle f.e.m.  $E_1$  ed  $E_2$  e delle resistenze è possibile calcolare le correnti.

Se abbiamo 6 correnti avremo necessità di 6 equazioni.

I 4 nodi ci permettono di scrivere 4 equazioni ma una di queste è inutile perchè linearmente dipendente dalle altre

A  $I_1 + I_5 = I_2$

B  $I_2 = I_4 + I_3$

D  $I_3 + I_4 + I_6 = 0$

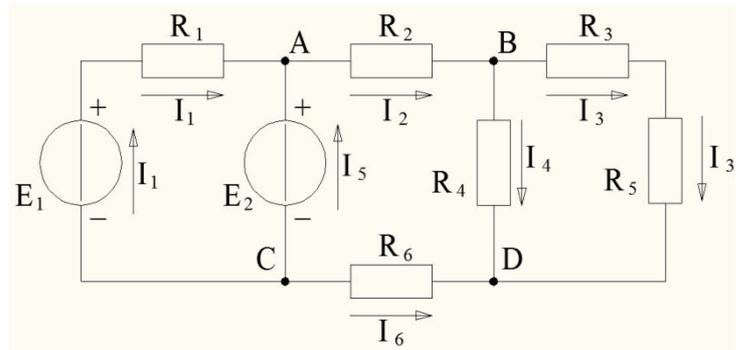
C  $0 = I_1 + I_5 + I_6$

Infatti se sommiamo le prime tre equazioni otteniamo la quarta

In generale con N nodi scriveremo N-1 equazioni utili ( in questo caso 3 ) con il primo principio, le restanti ( in questo caso 3 ) le scriveremo con il secondo principio.

Per applicare il secondo principio e scrivere le tre equazioni che ci mancano bisogna scegliere le maglie e il verso di percorrenza.

Il verso di percorrenza sarà sempre orario



Maglia C-E<sub>1</sub>-A-C

Enunciato 1 e metodo 1

**lungo una maglia la somma delle f.e.m. è uguale alla somma delle cadute di tensione**

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1$$

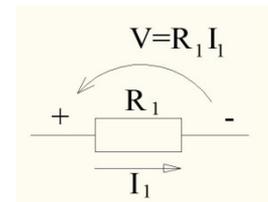
seguendo il verso di percorrenza della maglia le f.e.m. le prendiamo con il segno più se usciamo dal più o con il segno meno se usciamo dal meno del generatore, le cadute di tensione (che sono i prodotti RI) le scriveremo con il segno più se verso di percorrenza e verso della corrente sono concordi, altrimenti le scriveremo con il segno meno.

Enunciato 2 e metodo 2

**La somma algebrica delle tensioni lungo una maglia è pari a zero**

$$E_1 - E_2 - R_1 I_1 = 0$$

seguendo il verso di percorrenza della maglia prendiamo f.e.m. e tensioni su R con il segno più se usciamo dal più o con il segno meno se usciamo dal meno. Il più e il meno della tensione su una R è evidenziato a lato e dipende dal verso della corrente. Il prodotto RI è una caduta di tensione nel senso che la tensione si abbassa nel verso della corrente e la tensione su R avrà i segni + e - come in figura.



**Con i due enunciati del secondo principio è evidente che otteniamo lo stesso risultato.** È evidente che le due equazioni sono identiche a meno di un elementare passaggio matematico

Maglia C-E<sub>1</sub>-A-B-R<sub>4</sub>-D-C

$$E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_4 I_4 - R_6 I_6 \text{ ovvero } E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_4 I_4 + R_6 I_6 = 0$$

Maglia C-E<sub>1</sub>-A-B-R<sub>3</sub>-D-C

$$E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_5 I_3 - R_6 I_6 \text{ ovvero } E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_3 + R_6 I_6 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_5 = I_2 \\ I_2 = I_4 + I_3 \\ I_3 + I_4 + I_6 = 0 \\ E_1 - E_2 - R_1 I_1 = 0 \\ E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_4 I_4 - R_6 I_6 \\ E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_5 I_3 - R_6 I_6 \end{array} \right.$$

Con questo sistema di sei equazioni possiamo calcolare le correnti nel circuito.

È comunque necessario conoscere una cosa importante del nostro circuito: Quanto consuma?

La potenza erogata dal generatore vale :  $P=EI$  con la  $I$  uscente dal più del generatore.  
(Se esce dal meno il generatore non eroga ma assorbe potenza)

La potenza dissipata da una resistenza vale  $P=RI^2$  qualunque sia il verso della corrente

La somma di tutte le potenze erogate dai generatori è uguale alla somma di tutte le potenze dissipate dalle resistenze